
ARQUEOLOGÍA
Y LA GEOMETRÍA FRACTAL.
UNA CONJUNCIÓN PARA
LA INVESTIGACIÓN DEL PASADO

GUSTAVO SANDOVAL GARCÍA

ABSTRACT. In this paper I will outline three forms of relating fractal geometry and archaeological research: 1) Describing spatial patterns in material culture; 2) describing material culture via fractal dimension and, 3) detecting past phenomena with fractal attributes. I will point some virtues and problematic issues concerning each of them. My main purpose is to show that using concepts or tools from fractal geometry does not imply the detection of complex adaptive phenomena.

KEY WORDS. Archaeology, fractal geometry, methodology, evidence, epistemology, pattern, material trace.

*Just as it is, unmisted by love or dislike
I am not cruel only truthful.*

Sylvia Plath

FRACTALES: OBJETOS NATURALES Y/O ARTIFICIALES

El desarrollo de los fractales ¹ supone uno de los descubrimientos más relevantes para entender las formas de la naturaleza, y de ahí el título del libro *La geometría fractal de la naturaleza* [1982]. B. Mandelbrot (1997: 15) afirmó que el estudio del mundo natural por medio de la geometría euclidiana brinda una imagen poco fidedigna que no considera las sinuosidades del mundo. La geometría euclidiana parece adecuada para analizar objetos regulares como mesas y edificios, es decir, para examinar objetos artificiales mientras que la verdadera geometría de la naturaleza son los fractales.

Aun así, la geometría casi nunca se ha desarrollado para el estudio de objetos empíricos sino ideales. Según el platonismo, un objeto geométrico no pertenece al mundo material, no es perceptible a los ojos, es parte del

Posgrado en Filosofía de la Ciencia, Instituto de Investigaciones Filosóficas, Universidad Nacional Autónoma de México. / optimistic_inlimbo@yahoo.com.mx

mundo de las formas y debe ser entendido con la razón. En el platonismo, el conocimiento es acerca de lo general, lo que no cambia, por ejemplo, las relaciones lógicas y geométricas. Por ello, el conocimiento sensorial y de las cosas contingentes del mundo material, realizado por medio de observaciones falibles que no son conducentes a ningún tipo de afirmación universal es secundario.

Con todo, durante la revolución científica, las explicaciones resaltaban las relaciones geométricas sobre las relaciones causales de los fenómenos. Los físicos modernos buscaban identificar los aspectos permanentes debajo de los distintos fenómenos cambiantes, por lo tanto, la aritmética, la geometría, el álgebra y el cálculo eran los instrumentos para detectar las propiedades estructurales del mundo. El aparato cartesiano se concentra en atributos medibles y traducibles a un lenguaje simbólico: distancia, velocidad, dirección, aceleración, área. Los experimentos galileanos buscaban acceder a las relaciones matemáticas que subyacen a los fenómenos, y las predicciones exitosas de la física newtoniana establecidas por medio de las leyes naturales [expresadas en relaciones matemáticas] otorgaron credibilidad a las explicaciones postuladas (véase Cohen, 1989). Este episodio histórico de la ciencia ha conducido a desarrollar una discusión respecto al carácter ontológico o instrumental de las entidades y relaciones matemáticas dentro de la investigación empírica.

Penelope Maddy (2008: 16-19) afirma que la relación entre la investigación empírica y matemática ha pasado por diferentes estadios, de uno donde la investigación geométrica es ajena al mundo sensible, al que pasa por la revolución científica, donde la descripción de fenómenos es realizada a partir de relaciones geométricas. Así, durante la revolución en física, no existe una separación entre la ciencia empírica y la investigación matemática. Las relaciones matemáticas no son instrumentos de entendimiento, sino que conforman la estructura del mundo físico. Es hasta el siglo XIX cuando los matemáticos comienzan a desarrollar teorías y conceptos que difícilmente son sugeridos por la experiencia, sea con el desarrollo de los números negativos, o con los espacios multidimensionales.

En la relación entre matemáticas y ciencia empírica, por un lado está la convicción galileana y newtoniana que las relaciones geométricas son explicación suficiente. En el otro polo están los instrumentalistas, que consideran que las leyes expresadas en lenguaje matemático son sólo una forma de representación (Duhem, 2003 [1906]: 257); de tal manera que las teorías físicas simplemente 'salvan los fenómenos', pues tienen un grado de adecuación empírica y las predicciones experimentales son exitosas.

Respecto al papel de las representaciones matemáticas y los experimentos, Nancy Cartwright (1999: 24-26) afirma que la expresión $f=ma$ es una ley verdadera dentro del modelo newtoniano, donde masa y fuerza son conceptualizadas de acuerdo a la física newtoniana; asimismo, apunta que

las pruebas experimentales exitosas siempre están sujetas a condiciones muy específicas para lograr una correspondencia con la teoría. Cuando los experimentos resultan exitosos es posible mantener un realismo acerca de las leyes, pero no es posible suponer una equivalencia entre una ley experimental y el mundo natural, pues implica trasladar condiciones micro a macro y de condiciones controladas a poco controladas.

Para evaluar el papel de las matemáticas en la investigación empírica es importante considerar que las formalizaciones matemáticas no son los fenómenos en sí, sino que son *abstracciones* que implican la selección y omisión de atributos, y al mismo tiempo son *idealizaciones*, es decir, representaciones aproximadas (Radder, 2006: 189-190). Entre el mundo y los modelos existe una relación de semejanza, no de igualdad (van Frassen, 2008); los modelos son parcialmente fidedignos, aproximadamente verdaderos y sirven para entender el mundo (Maddy, 2008: 33). De ese modo, la geometría euclidiana funciona cuando existen condiciones para aplicarla, por ejemplo, en superficies donde la curvatura de la Tierra no es relevante. Si se deseara realizar el experimento gaussiano de calcular la suma de los ángulos internos de un triángulo formado en la cima de tres montañas, se observaría un error mínimo, pero conforme se eligieran montañas más distantes, la curvatura terrestre sería un factor relevante que dificultaría utilizar la geometría euclidiana.

Así las cosas, la atribución de los fractales como objetos de la naturaleza me parece equivocada, al menos cuando esta afirmación es realizada tajantemente. La geometría fractal es tan artificial como la euclidiana en tanto que ambas estudian objetos matemáticos, es decir, objetos ideales. En el mundo no hay círculos ni cuadrados, ni tampoco objetos fractales; el conjunto de Mandelbrot o la curva de Koch no van flotando por los aires. El origen artificial de los objetos fractales es claro al revisar las primeras formas que fueron conceptualizadas durante el siglo XIX, por ejemplo, la curva de Koch y el conjunto de Cantor, que no estuvo ni remotamente inspirado en la búsqueda de una comprensión del mundo natural. Uno de los primeros trabajos de geometría fractal aplicada fue al análisis bursátil de Wall Street, que intentaba entender el comportamiento de un sistema artificial (Mandelbrot, 1997: 18).

Es cierto que Mandelbrot (2000: 78) resaltó la relación entre los objetos naturales y los fractales, por ejemplo, las hojas de helecho, los árboles y los brócolis con estructura autosimilar, pero no hay que olvidar que los 'fractales naturales' apenas conforman un subconjunto, porque no todos los fractales guardan parecido con objetos de la naturaleza. Por su parte, las formas euclidianas también permiten describir objetos artificiales como mesas, edificios y burbujas de jabón, y en la escala de lo muy pequeño algunos objetos naturales, como los cristales, podrían describir formas euclidianas, y en ese sentido también serían una geometría de la naturaleza.

Si se concede que existe un parecido entre objetos fractales y naturales habrá que analizar esa relación. Un *objeto fractal* es aquel con una dimensión Hausdorff-Besicovitch, o bien una dimensión fractal. Entiéndase por *dimensión fractal* (D), un valor numérico no entero que es mayor o igual que la dimensión topológica (D_T) del objeto. Un objeto euclidiano tendría por dimensión fractal un número entero igual a la dimensión topológica ($D=D_T$). Un objeto fractal establecido en un espacio plano ($D_T=2$) tendrá una dimensión no entera, donde $D>D_T$ (Mandelbrot, 1997: 32) ². En la curva de Koch $D_T=1$ y $D=1.2618$.

Pero un objeto fractal también tiene otras propiedades: autosemejanza, escalaridad y recursividad. La *autosemejanza/autosimilitud* es la propiedad de un objeto donde cada una de sus partes es una versión reducida de todo el conjunto. Existe una invariancia por cambio de escala (Mandelbrot, 1997: 36). Una definición más formal de la *autosemejanza* sostiene que: "En el espacio euclideo \mathbb{R}^E , una razón real $r>0$ permite definir una transformación de *homotecia* ³, que transforma el punto $x=(x_1, \dots, x_\delta, \dots, x_E)$, en el punto $r(x)=(rx_1, \dots, rx_\delta, \dots, rx_E)$ y transforma por lo tanto el conjunto S en el conjunto $r(S)$. Entiéndase esto como el producto de los componentes del conjunto S por la constante r generando un escalamiento de la figura original (Mandelbrot, 1997: 489). Así, un objeto autosemejante es aquel donde cada parte es una versión reducida del conjunto.

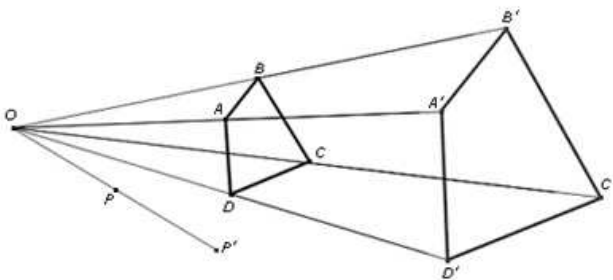


FIGURA 1.

Homotecia es una transformación geométrica que hace corresponder a cada punto P a otro punto P' según un factor de escalamiento k .

Autosemejanza y escalaridad son resultado de la *recursividad*, donde un patrón inicial o generador se itera sobre sí mismo, y esta operación recursiva produce un número de escalas infinitas (Mandelbrot, 1997: 41). La curva de Koch, el conjunto de Cantor, el conjunto de Mandelbrot, son

objetos fractales con escalaridad, recursividad infinita y dimensión fractal, de tal manera un fractal está definido por la dimensión fraccional; ni la autosemejanza, ni la escalaridad ni la recursividad son suficientes por sí mismas para definir un objeto fractal (véase figura 2).

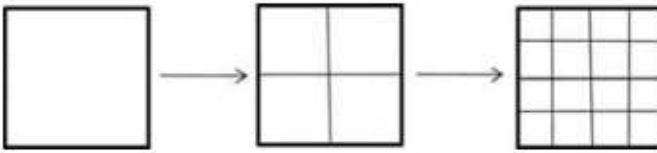


FIGURA 2.
Un objeto autosemejante.

Bajo las definiciones establecidas, es difícil considerar que un objeto natural es un fractal. Es cierto que algunos fenómenos naturales pueden guardar parecido con los objetos fractales; el típico ejemplo del brócoli o las hojas de helecho que muestran autosemejanza, aunque carecen de escalaridad infinita y existen pequeñas variaciones entre una escala y otra. No obstante, algunos objetos fractales tienen una *autosemejanza geométrica*, esto es, cuando los subconjuntos son reducidos por un factor de escalamiento constante, produciendo una transformación geométrica entre las escalas del conjunto, por lo tanto, a cualquier escala, la dimensión fractal del objeto es la misma. Por el contrario, la *autosemejanza estadística* produce un escalamiento no uniforme que provoca cierta variabilidad en la dimensión fractal del objeto (Mandelbrot, 1999: 51). Un objeto fractal como la curva de Koch tiene una dimensión fractal, autosemejanza geométrica y recursividad infinita. Por otra parte, un 'fractal de la naturaleza', podría tener dimensión fractal y autosemejanza estadística, pero su escalaridad estaría restringida al tronco y las ramas, perdiéndose a mayor acercamiento [p.e., a nivel celular]. Los árboles que sí son fractales son aquellos que han sido modelados en una computadora, que poseen una dimensión fractal y recursividad infinita (véase figura 3).

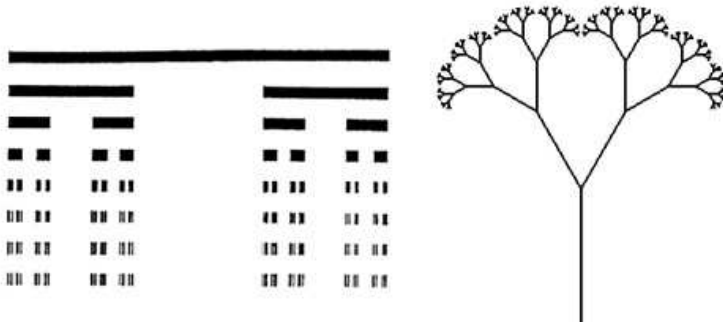


FIGURA 3.
Objetos fractales artificiales. El conjunto de Cantor (izquierda)
y árbol fractal programado en ordenador (derecha).

En forma estricta, ningún objeto natural es un objeto fractal o euclidiano, aunque es posible encontrar algunos atributos fractales en las nubes, rocas, costas marinas, asentamientos humanos, o bien en procesos recursivos como el crecimiento del árbol. Sin embargo, la presencia de alguno(s) atributo(s) fractal(es) en los fenómenos del mundo no permite asumir la presencia de los demás, es decir, al detectar autosemejanza no se puede asumir una dimensión fraccional. Asimismo, los atributos fractales encontrados en objetos del mundo no se manifiestan tal y como son establecidos en las definiciones; en los fenómenos del mundo, la recursividad y autosemejanza no se extienden al infinito.

Por otra parte, hay que considerar dos cosas. Primero, que cuando se afirma que un objeto del mundo es fractal, necesariamente está operando una abstracción, pues se seleccionan sólo algunos atributos y se excluyen otros. En el caso de los árboles, se omiten muchos rasgos irrelevantes respecto a su estructura autosimilar [p.e., el color], y existen otros atributos omitidos que sí afectan el juicio respecto a si un árbol es fractal, por ejemplo, su estructura celular. Lo mismo ocurre cuando se modela el crecimiento de un árbol como un proceso de bifurcaciones continuas; el fenómeno es observado desde una escala macroscópica, que considera sólo la ramificación del tronco, omitiendo todos los procesos fotoquímicos fundamentales al crecimiento de un árbol.

Segundo, el concepto de *acercamiento* es central en la geometría fractal, pues para que un objeto del mundo sea considerado como fractal es necesario observarlo/medirlo desde cierta distancia, pues el grado de acercamiento a un objeto ayuda a vislumbrar y ocluir atributos (van Frassen, 2008). Una mesa, observada desde cierta distancia parecerá un objeto euclidiano, y conforme se haga un acercamiento más detallado al objeto, surgirán superficies rugosas, donde los atributos fractales resaltarán. La abstracción y el grado de acercamiento ayudan a vislumbrar los rasgos fractales en los fenómenos y objetos del mundo.

De tal manera, el primer argumento que estableceré es que un objeto del mundo físico puede ser fractal o presentar atributos fractales, pero esto depende del grado de acercamiento y el proceso de abstracción del fenómeno estudiado. La relación con el acercamiento no es una razón para conducir a algún 'perspectivismo subjetivista'. Por el contrario, es interesante observar la relación entre el acercamiento a un fenómeno, la información obtenida y la solución de un problema de investigación. El modelo elíptico de las orbitas no sólo brinda una representación del mundo, está diseñado para resolver una serie de problemas respecto al movimiento planetario. En la investigación botánica, la estructura fractal del árbol permite entender algunos aspectos de la absorción de la energía solar y la distribución de nutrientes. En la investigación médica, el cálculo de dimensiones fractales se utiliza para distinguir las células cancerígenas. Esto quiere decir que en ciencia, más allá de producir representaciones del mundo, la información se utiliza para resolver problemas de investigación específicos. Así, más que discutir acerca del carácter real o instrumental de los fractales, es más importante evaluar en qué casos resultan útiles los conceptos de la geometría fractal en la investigación arqueológica.

LA CONJUNCIÓN ENTRE FRACTALES Y ARQUEOLOGÍA

La arqueología es la investigación del pasado humano a partir de artefactos y vestigios (Johnson, 2000: 22). La arqueología no trata de describir cerámica rota, ni edificios viejos. Bajo el objetivo enunciado el análisis de los vestigios es fundamental para identificar atributos que funcionen como pistas de aspectos del pasado no observable (Copi, 1986: 514). A partir de la distinción entre el análisis de los vestigios y el conocimiento del pasado por medio de un proceso inferencial, considero que los arqueólogos recurren a la geometría fractal de tres formas: 1) para elaborar descripciones de los vestigios utilizando conceptos como escalaridad, recursividad y autosemejanza; 2) para elaborar descripciones de los vestigios por medio de cálculos de dimensiones fractales, y 3) cuando los arqueólogos afirman que los fenómenos del pasado tienen ciertas propiedades fractales.

LA DESCRIPCIÓN DE VESTIGIOS

En el campo antropología se han utilizado algunos conceptos de la geometría fractal —específicamente escalaridad, recursividad y autosemejanza— para describir artefactos y asentamientos humanos. Ron Eglash (1999) ha descrito los patrones fractales en distintas expresiones culturales africanas, desde asentamientos humanos hasta peinados, símbolos, sistemas de adivinación y juegos. El proyecto *African fractals*, más allá de ubicar patrones fractales trata de identificar los mecanismos causantes, ya sea en la estructura organizacional de los grupos humanos, las creencias acerca del cosmos o bien las reglas abstractas que operan en ciertas actividades humanas. Al mismo tiempo, evalúa la intencionalidad de los patrones fractales, es decir, si estos patrones son productos no intencionales de las reglas/creencias y comportamientos operantes. En un extremo, Eglash (1999: 5) ubica los patrones fractales no intencionados [por ejemplo, aquellos creados por colonias de hormigas o poblaciones humanas], muy próximos están los patrones fractales que son creados de manera intencional pero donde los agentes humanos no se reconocen las reglas operacionales. En el otro extremo están los patrones creados intencionalmente y que siguen un conjunto de reglas operativas.

Existe otro tipo de objetos, donde los arqueólogos pueden observar patrones autosimilares, por ejemplo, en la lámina 52 del *códice Borgia* está representado un cosmograma mexicana. Si dejamos de lado el significado particular del gráfico, es posible ver distribuciones escalares y autosemejantes; un cuadro mayor con cuatro cuadros interiores y cada uno de estos con un individuo que señala los cuatro puntos del cosmos prehispánico. El mapa es la representación de la plataforma terrestre, un lugar de cuatro regiones donde al interior de cada región se vuelve a representar las cuatro regiones del mundo.

En la arquitectura ceremonial abundan los edificios que presentan rasgos autosimilares. Rosa Brambila, et al. (2007) han señalado que la configuración de los edificios de Teotihuacán sigue el patrón de tres templos; los edificios están distribuidos en conjuntos de tres, que forman un espacio cuadrangular cerrado por tres lados y abierto por uno. Este patrón se observa en diversas escalas, tanto a nivel de sitio, según la distribución de los tres edificios principales: la pirámide de Quetzalcóatl, la pirámide del Sol y la pirámide de la Luna, situadas al sur, este y norte del centro ceremonial, respectivamente. Ese patrón de los tres templos también se observa en los pequeños conjuntos palaciegos de Teotihuacán, donde la distribución autosimilar de las edificaciones ceremoniales se explica como una representación material del cosmos mesoamericano.

Ahora bien, cuando un arqueólogo afirma que ciertos vestigios presentan un patrón fractal, de autosemejanza, escalaridad o recursividad, no afirma algo acerca del pasado. No explica porqué los vestigios presentan

esos patrones y/o atributos fractales. Legado a ese punto es necesario inferir un fenómeno del pasado que explique la presencia de esos patrones. Por otra parte, al formular una hipótesis explicativa existen algunas dificultades para garantizar la conexión entre los vestigios observados y la hipótesis. Supóngase que un sitio arqueológico presenta un patrón espacial autosimilar. Una habitación grande, rodeada de habitaciones medianas que a su vez están rodeados de habitaciones pequeñas. Se propone entonces una explicación sustentada en una analogía etnográfica ⁴. La distribución autosimilar de los vestigios habitacionales es un producto de una jerarquía social con estructura autosimilar, así, la casa más amplia es para los grupos/individuos con mayor estatus y las casas más pequeñas para los individuos con uno menor.

Es difícil mantener esta hipótesis por mera analogía. Es necesario considerar otros aspectos típicos de la investigación arqueológica que permitan evaluarla. Por ejemplo, al analizar las superficies de uso de las casas pequeñas se recolectarán muestras de algún componente orgánico que indique que las tales habitaciones son lugares de almacenamiento y no unidades domésticas, y en ese caso la explicación jerárquica del patrón observado no puede mantenerse.

Un segundo aspecto para evaluar la hipótesis consiste en investigar cómo se formó el patrón observado, pues en la explicación establecida se asume que los diferentes habitáculos fueron contemporáneos en uso, en tanto son un reflejo de la estructura jerárquica del grupo humano, pero antes de asumir esa contemporaneidad funcional hay que evaluar si esto es el caso. Después de los análisis estratigráficos y los fechamientos se puede descubrir que una o algunas unidades habitacionales siempre estuvieron en uso y que las otras estructuras fueron usadas y abandonadas sucesivamente. Con esto sería más difícil mantener la existencia pretérita de una organización social con estructura autosimilar y resultaría más plausible afirmar que un grupo social pequeño constantemente renueva sus habitáculos.

Con estos ejemplos he tratado de ilustrar un problema general. Cuando los arqueólogos identifican patrones espaciales autosimilares en los vestigios arqueológicos es necesario formular hipótesis que expliquen los patrones observados y, al mismo tiempo también es necesario investigar cómo se formaron esos patrones. Generalmente, al observar un patrón inmediatamente se formula una explicación que supone un fenómeno social del pasado con atributos fractales. Existe todavía un extremo más radical, que de unos cuantos rasgos fractales se asume la existencia pretérita de un sistema complejo (véase nota al pie 4). El trabajo etnográfico de Ron Eglash presenta varios casos de correlación entre las manifestaciones materiales y una organización social con atributos fractales, pero eso no siempre es el caso.

EL CÁLCULO DE LA DIMENSIÓN FRACTAL
Y LA POLÉMICA EXPLICATIVA

El cálculo de dimensiones fractales es la herramienta más popular en este tipo de investigación arqueológica (véase Brambila, et al., 2007, Brown y Witchey, 2003, Cavanagh, 2009). Es otra forma de descripción de los objetos; en este caso a partir de un rasgo bien específico, la dimensión fractal. No voy a entrar en detalles respecto a los distintos procedimientos y técnicas de cálculo (véase Mandelbrot, 1997; Reynoso, 2006) aunque todos dependen de un programa de cómputo [*software*] donde se procesa la imagen del objeto y posteriormente se realiza el cálculo de esa dimensión. Carlos Reynoso (2005: 2) señala que en el cálculo de dimensiones fractales pueden existir ciertos problemas técnicos, la mayoría de las veces insospechados por el arqueólogo. Por ejemplo, cada programa realiza procedimientos distintos asociados a las distintas definiciones de objeto fractal (*Hausdorff dimension, information dimension, fragmentation dimension*). Lo anterior no implica que al realizar el cálculo con distintos procedimientos se obtenga el mismo resultado, ni que se esté midiendo lo mismo.

Otro problema que Reynoso (2003: 14) ha señalado, es respecto a la exactitud de los programas, pues cuando se cambia la orientación de una imagen, los resultados pueden variar. Esta variabilidad está relacionada con la calidad del programa, y en un ejemplo muy interesante Reynoso (2005: 2-5) procesó la imagen de un cuadrado euclidiano que resultó con una $D=1.0361$. Estas problemáticas sugieren la necesidad de conocer las definiciones, dominar los procedimientos y preparativos para realizar el cálculo —por ejemplo, la elección y procesamiento de las imágenes—, y, por último, evaluar mínimamente la fiabilidad del programa utilizado.

Más allá de los problemas técnicos en el cálculo de una dimensión fractal, la pregunta más relevante para el arqueólogo es para qué sirve el cálculo de dimensiones fractales en la investigación arqueológica. Otra vez, hay que aclarar que el cálculo de dimensiones fractales es una técnica para medir una propiedad de las cosas, por ejemplo la curvatura no continua del borde de un instrumento lítico o la distribución de algunos edificios en un sitio, pero por sí misma esa medición no conduce a ninguna explicación acerca del pasado humano.

En el libro *Caos y complejidad*, Carlos Reynoso (2006) señala una nueva moda científicista de calcular dimensiones fractales por doquier, dejando de lado la inferencia de fenómenos del pasado, como si el cálculo fuera relevante por sí mismo. Cito en extenso:

Aun así, he debido dejar de lado el comentario de varias docenas de reportes arqueológicos, dado que en muchas ocasiones los estudiosos se dan por satisfechos con descubrir la naturaleza fractal de un perímetro de asentamiento o de una planta urbana, a veces a medio excavar, acabando el trabajo en el punto en que debería iniciarse. No se sistematiza el hallazgo estableciendo correspon-

dencias o contradicciones con otros patrones de la misma cultura; no se indaga la historicidad de las formas, no se investiga si la planta fractal satisface optimizaciones logísticas del espacio, si meramente responde al terreno, si responde a mapas cognitivos o si sirve a razones simbólicas; no se comparan las características del caso con otros modelos geométricos de regiones vecinas; y, en suma, no se da continuidad a la investigación convencional restante, como si el hallazgo de un fractal más para la colección fuera un objetivo científico esencial (Reynoso, 2006: 366-367).

Como ya explique brevemente, Galileo y Newton consideraban la formulación y el descubrimiento de relaciones matemáticas en los fenómenos naturales como explicación suficiente sin la necesidad de apelar a causas. Así, la física moderna es caracterizada porque matematizó todo pero no explicó [causalmente] nada, en comparación a la física cartesiana que no matematizó nada y propuso explicaciones causales de todo (Cartwright, 1983: 75). En el caso de la arqueología, ¿es suficiente una explicación formulada matemáticamente para una ciencia que investiga los fenómenos humanos del pasado? Mi respuesta es negativa. No es suficiente una explicación algorítmica. Se requieren explicaciones que den razón de los fenómenos humanos del pasado que provocaron los efectos observados en el contexto arqueológico.

En una investigación respecto a la configuración de los edificios ceremoniales de Teotihuacán se estableció que su dimensión fractal es 1.89 (véase Brambila, et al., 2007: 105). No se afirmó nada más respecto a cómo esa medición en los vestigios podría relacionarse con un fenómeno del pasado. Actualmente, afirma Timothy Kohler (2012: 107), ya no es tan interesante saber si tal o cual sitio tiene una distribución escalar, sino investigar los procesos que generan esas distribuciones.

Es claro que la introducción de cálculos fractales en la arqueología no es una cuestión sencilla, pues requiere mucho trabajo técnico. Supóngase que un arqueólogo busca calcular la dimensión fractal de un conjunto de tios que comparten el mismo diseño decorativo, y lo hace para establecer una tipología a partir de dimensiones fractales⁵. Lo más interesante de ese ejemplo es que el uso del cálculo de dimensiones fractales no implica el abandono de la historia cultural⁶, pues es historia cultural con herramientas fractales. Con esto no quiero afirmar que sea ilegítimo hacer historia cultural con instrumentos fractales, simplemente hay que dejarlo bien claro y no pensar ingenuamente que por utilizar instrumentos fractales se está abandonando una conceptualización 'lineal' del tiempo. Una vez más no existe una correlación entre la identificación de atributos fractales en los vestigios con el establecimiento de fenómenos pretéritos con propiedades fractales.

Creo que uno de los usos más eficiente del cálculo de dimensiones fractales en la arqueología tiene que ver en asuntos más sencillos pero más provechosos. Cito un par de ejemplos. En la excavación del Venta Micena se obtuvieron unas muestras óseas, un fragmento de cráneo, una diáfisis de humero infantil y un fragmento de humero adulto. Existía duda si el cráneo pertenecía a un homínido o un caballo. Por medio del cálculo de dimensión fractal en las curvas de las suturas craneales se buscó resolver el problema. La idea básica consistía en asociar la curva fractal de las suturas craneales a una especie animal. Para ello se realizaron medidas en cráneos de homínidos provenientes de colecciones arqueológicas y cráneos de animales de colecciones zoológicas, particularmente de diversos simios y equinos (Gibert y Palmqvist, 1995: 566-567). La conclusión de los investigadores fue que la curva de la sutura craneal de Venta Micena ($D=1.058$) era agrupable con las muestras arqueológicas de homínidos infantiles ($D=1.047-1.173$). Diferenciable de las muestras de homínidos adultos con una ($D=1.037-1.246$), de las muestras de póngidos juveniles ($D=1.074-1.153$) y de las de equinos ($D=1.123-1.374$). En pocas palabras, el cálculo de D se utilizó para evaluar si los residuos óseos pertenecieron a un homínido ⁷.

Otra investigación parecida buscaba identificar una correlación entre distintos artefactos líticos y la función que había desempeñado por medio del cálculo de dimensión fractal. La dimensión fractal del área desgastada sería una pista de la función que desempeñó el artefacto. Para ello realizaron pruebas experimentales reproduciendo artefactos y usándolos en actividades distintas. El proyecto resultó poco exitoso pues habían demasiadas variables, aunque los investigadores lograron separar los artefactos recién manufacturados, caracterizados por un perímetro sinuoso y una dimensión fraccional, de los artefactos devastados, que presentaban una superficie pulida y el valor de la curva más cercano a un número entero (Stemp y Stemp, 2001; 2003). Este es otro ejemplo interesante, donde el cálculo de dimensiones fractales sirve para un objetivo bien específico, que consiste en establecer si la vida útil de un artefacto ha concluido. En ninguno de los casos mencionados se asume que por estar trabajando con herramientas fractales se estén investigando fenómenos con propiedades o comportamientos fractales.

GEOMETRÍA FRACTAL Y EL PASADO HUMANO

Afirmar que un fenómeno del pasado presenta algunos rasgos fractales es una tarea inmensa. Para el arqueólogo, el asunto central consiste en sustentar por medio de la evidencia arqueológica la existencia pretérita de fenómenos humanos con atributos fractales. Resalto la relación entre evidencia y los fenómenos del pasado, que a primera vista es obvia. Aun

así, existen casos donde la moda por reconceptualizar el pasado humano conduce a la creación de modelos interesantes y coherentes que no aportan ni una pizca de evidencia, y ello es posible porque intuitivamente es plausible suponer que muchos fenómenos humanos pretéritos desarrollarán patrones fractales, pero esa intuición no es suficiente.

Hace algunos años se propuso un modelo/redefinición de Mesoamérica como un *sistema complejo*⁸ (López y Bali, 1995). Existen dos problemas generales con este modelo. Primero, el modelo de 'Mesoamérica compleja' no presenta el más mínimo tipo de apoyo empírico. Los autores de la 'Mesoamérica compleja' pretenden minimizar la ausencia de evidencia y justificar su traslado a la arqueología, apelando al éxito de la complejidad en la física. Citan la insuficiencia del paradigma lineal determinista en la ciencia, pero nunca explican por qué es insuficiente y por qué deberían considerarse los modelos de complejidad en la arqueología. Este procedimiento resulta en una actitud ingenua por parte de algunos académicos del mundo social que pretenden minimizar la importancia de la física newtoniana (véase Morin, 1990; Maldonado, 2007). Es como si el éxito de la complejidad en la física, la química y la biología, fueran razón suficiente para trasladarlos a las ciencias sociales e históricas humanas, con la diferencia que en la física y la química existen pruebas experimentales para evaluar los modelos de complejidad.

El segundo problema consiste en el manejo inadecuado de las definiciones; nunca se explica qué es un sistema complejo, un sistema alejado del equilibrio, un atractor extraño o un fractal. Tampoco se explica la relación entre estos conceptos. Es cierto que existe una cercanía entre ellos, pues algunos sistemas complejos desarrollan patrones de autosemejanza, pero no a la inversa. El modelo de 'Mesoamérica compleja', retoma aspectos de la geometría fractal, de los sistemas complejos, irreversibilidad, autorganización y atractores como si fueran lo mismo. Esa deficiencia conceptual abunda en la literatura antropológica y arqueológica, donde se da un salto injustificado a conclusiones del tipo 'tal fenómeno es fractal' sólo por detectar un patrón autosimilar.

Al final, nunca queda claro qué es esa 'Mesoamérica compleja'. Los autores la definen como un constructo teórico, un espacio n dimensional con tres trayectorias, un modelo con procesos autosimilares entre lo local y lo global que enmarca los procesos globales y locales (López y Bali, 1995: 86-88). Si Mesoamérica es un sistema complejo, ¿cuáles son los componentes? Cuando los biólogos hablan de sistemas complejos, refieren entidades (p.e., insectos) relacionándose entre sí. Los teóricos de redes complejas señalan cuales son los nodos [sean células neuronales, aeropuertos, páginas web] que producen relaciones de escala libre, aunque no puedan ofrecer una explicación de las causas de esas relaciones (véase Mitchell, 2009: 239-245). Si es un modelo abstracto, ¿qué tipo de fenómenos explica?

Así, en la aplicación de modelos de complejidad en la investigación arqueológica es fundamental establecer una conjunción entre conceptos y datos, evitando las caracterizaciones ambiguas (Kohler, 2012: 101).

No es necesario profundizar en un modelo bastante rústico y antiguo. A casi veinte años de ese 'primer acercamiento' (López y Bali, 1995: 87), son muy pocas las respuestas a las preguntas planteadas hace tanto tiempo. No existe un desarrollo sistemático de la investigación⁹. Como señalaría Reynoso (2006: 367), lo que queda es una propuesta novedosa que a la larga resulta estéril porque no se realizó el trabajo necesario.

Un punto interesante que reconocen los autores de la 'Mesoamérica compleja', es que para comprender ese sistema se necesitan muchos datos, y el problema es que los datos arqueológicos son construidos desde distintas perspectivas teóricas (López y Bali, 1995: 88). De tal manera, el problema es: ¿cómo son aprovechables los datos construidos desde una teoría ajena a la complejidad? Una pregunta totalmente legítima, que podría llevar a dos posibles respuestas. Establecer métodos para recuperar y analizar información desde perspectivas teóricas ajenas o bien, establecer métodos para obtener información que sean útiles al modelo de 'Mesoamérica compleja'. Los autores no hacen ni lo uno ni lo otro.

Una de las mayores virtudes de la arqueología procesual es que cuando decidieron conceptualizar las sociedades prehistóricas por medio de la teoría de sistemas, también desarrollaron diversas técnicas del trabajo de campo para obtener información del contexto arqueológico. Gordon Willey (Embree, 1991) y Binford (1964) desarrollaron los estudios de prospección a nivel regional como la forma más adecuada para identificar grupos culturales, lo que contrasta con la arqueología histórica cultural que elaboraba investigaciones a partir de los sitios monumentales y posteriormente establecía comparaciones entre unos y otros.

Flannery (1976) reflexionó acerca de las estrategias de excavación apropiadas para reconstruir las actividades humanas y subsecuentemente reconstruir los subsistemas culturales. La virtud de los arqueólogos procesuales fue superar el discurso teórico e innovar en la obtención de evidencia por medio del análisis del contexto arqueológico. Se demarcaron de la historia cultural caracterizada por excavar sitios monumentales, realizar excavaciones por medio de pozos y calas, elaborando secuencias tipológicas y estilísticas. Es decir, la distinción entre los arqueólogos procesuales no sólo fue en la manera de conceptualizar el pasado, sino también en la manera de obtener y procesar la información obtenida.

Una crítica frecuente a la arqueología posprocesual, y que podría extenderse a las arqueologías marxistas y de los sistemas complejos, es preguntar: ¿qué tanto han reflexionado e innovado el trabajo de campo y el análisis de la evidencia? Al contrario de la arqueología procesual, que ha afectado el trabajo de campo en innumerables formas (Lucas, 2001: 2), las

teorías materialistas, estructuralistas simbólicas y, ahora, los planteamientos de arqueología desde la geometría fractal y la complejidad, tienen el reto, de analizar en detalle el paso de los datos a los modelos. No sólo puede consistir en suponer la existencia de una estructura clasista, de símbolos o que hay fenómenos fractales en el pasado humano.

Los arqueólogos simbólicos estructuralistas han desarrollado algunas reflexiones acerca de la obtención y el análisis de evidencia (véase Hodder, 1999). Mi impresión es que mucho del instrumental y las técnicas desarrolladas por los arqueólogos procesuales son de enorme valor para el arqueólogo que investiga los aspectos fractales del pasado humano¹⁰. Respecto al cálculo de dimensiones fractales, si bien es una herramienta que ha impactado el análisis de la evidencia arqueológica, esto no posiciona a ningún arqueólogo como un investigador de fenómenos complejos, pues como he explicado, el cálculo de D puede utilizarse para investigar problemas típicos de la historia cultural.

En una investigación previa, presenté un modelo donde sostuve que existía un patrón autosimilar en la estructura espacial de los grupos mesoamericanos (Sandoval, 2009). En específico, que existen tres manifestaciones materiales: las ofrendas de consagración, los edificios ceremoniales y el centro ceremonial, donde la disposición de los elementos de cada uno permite establecer patrones espaciales que en última instancia representan ciertas creencias religiosas. Estas disposiciones conforman tres escalas donde se plasma la misma idea, el fuego y el centro del mundo. Las ofrendas depositadas en los edificios los dotaban de significado. A continuación el significado de los edificios ceremoniales establecía el contenido simbólico del centro ceremonial. En conclusión, existía una relación recursiva entre las tres manifestaciones materiales que producían un patrón autosimilar en la conceptualización espacial mesoamericana.

De las lecciones epistémicas que me dejó este ejercicio resultan relevantes dos. La primera, no es nada simple identificar por medio de los vestigios un patrón autosimilar. La segunda, el modelo del 'espacio autosimilar mesoamericano', depende de una buena dosis de datos posicionados en el cuadro cartesiano de la retícula de excavación. No fue necesario exorcizar los demonios cartesianos para detectar un patrón autosemejante producto de fenómenos pretéritos como la deposición de ofrendas y la renovación de los edificios ceremoniales. No quiero poner mi investigación como ejemplo ideal, pues lo único que pude detectar fue la presencia de un patrón autosimilar explicable por una serie de rituales que pretendían representar la estructura del cosmos, aunque debo reconocer que en el primer esbozo de la investigación cometí el error de asumir que la autosemejanza es suficiente para asumir la existencia de un sistema complejo.

Más allá de estos ejemplos, existen muchas investigaciones exitosas que reconstruyen fenómenos del pasado con algún atributo fractal o de com-

plejidad (véase Lehner, 2000). Las investigaciones que logran reconstruir fenómenos humanos con atributos de complejidad, autorganización, emergencia (véase Kohler y Gumerman 2007; van der Leeuw y Mc Glade, 1997) son resultado de una metodología bien fundada, de una colecta y análisis de la información en campo de varias temporadas y del desarrollo de simulaciones para finalmente proponer una hipótesis acerca del pasado humano. Estas investigaciones representan el tipo de explicaciones que verdaderamente se insertan dentro del modelo de sistemas complejos.

CONCLUSIÓN

La geometría fractal permite analizar algunos fenómenos del mundo, lo que no implica la exclusión de las formas euclidianas. En la ciencia empírica no es posible sustituir una geometría por otra. El área y volumen de un edificio pueden ser descritos por medio de la geometría euclidiana, pero una distribución de edificios puede asemejar una forma fractal. El asunto central consiste en tener claridad sobre qué tipo de problemas se podrán resolver utilizando los conceptos o procedimientos provenientes de la geometría.

En el caso de la arqueología, entendida como la investigación del pasado humano por medio del análisis de los vestigios materiales, he considerado tres formas generales de aplicar la geometría fractal a la investigación del pasado: a) La detección de patrones con atributos fractales en los vestigios; b) la detección de patrones con atributos fractales en los vestigios por medio del cálculo de dimensiones fractales, y c) la detección de fenómenos del pasado con atributos fractales. Tanto en el primero como en el segundo caso la detección de algunos atributos fractales en los vestigios no implica que el fenómeno del pasado necesariamente tendrá propiedades fractales. Asimismo, la búsqueda de patrones fractales en los vestigios no es suficiente para considerarse una empresa relevante dentro de la investigación del pasado.

Existen algunos casos donde los atributos fractales de los vestigios son indicios de fenómeno del pasado con atributos fractales o de sistemas adaptativos complejos, aunque esta correlación no es absoluta. En muchos casos, la detección de fenómenos complejos requiere el procesamiento de muy diversa de información, entre ellos el análisis de los objetos posicionados en el cuadro cartesiano.

En este texto he ilustrado una serie de conjunciones exitosas entre la arqueología y la geometría fractal y, al mismo tiempo, pretende evitar los discursos triunfalistas provenientes de algunos intelectuales de la cultura y la sociedad. Por una lado, ellos desprecian todo lo que tiene que ver con la física clásica. Por el otro, promueven ideas confusas respecto a los fractales y la complejidad, generalmente apoyados en nociones relativistas

del conocimiento e ideas pseudocientíficas (Reynoso, 2006: 190) que eventualmente llegan a formular reinterpretaciones elaboradas del pasado humano carentes de cualquier tipo de evidencia.

- 1 Para la caracterización de un objeto fractal véase figura 3.
- 2 Mandelbrot (1997: 33) señala que existen objetos fractales con una D no fraccionaria pero donde $D > D_T$.
- 3 Homotecia es una transformación geométrica que hace corresponder a cada punto P a otro punto P' según un factor de escalamiento k .
- 4 La analogía etnográfica consiste en observar una relación entre una conducta social y la producción de patrones materiales. Cuando dicho patrón material es observado en el contexto arqueológico se asume que la conducta observada etnográficamente también sucedió en el pasado arqueológico.
- 5 El bosquejo de esta idea lo escuche en una reunión de carácter académico donde una estudiante de posgrado sugería tal idea. Desconozco si tal investigación se llevó a cabo.
- 6 A finales del siglo XIX y principios del XX no había mucha claridad acerca de los grupos culturales que representaban la diversidad de materiales arqueológicos dispersos a lo largo del país. En México se sabía que hubo mexicas, mayas, pero respecto al monumental Teotihuacán no sé sabía a qué clase de cultura era atribuible. Asimismo, tampoco había mucha claridad respecto a la antigüedad de los vestigios. De tal manera la tarea principal de la arqueología histórico cultural consiste en identificar grupos culturales extintos así como periodos o secuencias cronológicas de las distintas culturas.
- 7 Los resultados de esta investigación son un tanto polémicos según la interpretación de los valores de D , pues por un lado los investigadores buscan utilizar la dimensión fractal para distinguir especies por medio de la curva de las suturas craneales (p. 561). Por otro lado, afirman que una dimensión fractal semejante entre muestras no implica una afinidad taxonómica, simplemente un grado de complejidad en la curva de la sutura (p. 571). Además, el agrupamiento en función a D no es tan claro porque posiciona de manera bastante cercana el grupo de homínidos infantiles con los póngidos. Aunque la dimensión fractal parece establecer una diferencia clara entre las de primates y mamíferos no primates.
- 8 Existe una relación entre la geometría de objetos fractales y los modelos de sistemas adaptativos complejos. A grandes rasgos, un sistema complejo es aquel sistema compuesto por una multitud de elementos que operan con reglas bastante simples, a partir de un conjunto de reglas simples emergen estructuras o patrones de orden global sin la necesidad de contar con un controlador central. Son sistemas auto-organizados que con el tiempo cambian su forma de organización y aprenden (Mitchell, 2009: 4). Algunos de los patrones u órdenes que desarrollan los sistemas complejos pueden tener propiedades fractales. Una explicación más detallada puede encontrarse en Mitchell, 2009: 103-109.
- 9 Existe un artículo posterior que vuelve a desarrollar el modelo de 'Mesoamérica compleja' (López y Bali, 2007). El segundo texto ya presenta algunos datos y modelizaciones de las trayectorias mesoamericanas. El problema con el segundo texto es que nunca explican la proveniencia de los datos utilizados. Esto resulta importante porque en el texto de 1995, los autores señalaban lo difícil de obtener datos consistentes para el desarrollo de un modelo desde la complejidad (López y Bali, 1995: 88), pero en el texto de 2007 nunca explicaron cómo se obtuvieron o de dónde se retomó la información utilizada.
- 10 Kohler (2012: 114) hace un rastreo de la relación entre la arqueología sistémica norteamericana y las primeras modelizaciones de la arqueología británica con las investigaciones de complejidad. Respecto al mismo tema, véase también Reynoso (2007: 90-94).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Binford, Lewis (1964), "A consideration of archaeological research design", *American Antiquity* 29-4: 435-441.
- Binford, Lewis (1983), *Working at Archaeology*, NY: Academic Press.
- Brambila, Rosa, Fernando Brambila y Flor de María Aceff (2007), F. López y F. Brambila (eds.), "La dimensión fractal como dato indicial para la arqueología en los estudios de territorio", *Antropología fractal*, Guanajuato, CIMAT, pp. 93-110.
- Brown, Clifford y Walter Witschey (2003), "The fractal geometry of ancient maya settlement", *Journal of Archaeological Science* 30-12: 1619-1632.
- Brown, Clifford, Walter Witschey y Larry Liebovitch (2005), "The broken past: Fractals in archaeology", *Journal of Archaeological Method and Theory* 12-1: 37-78.
- Cartwright, Nancy (1983), "The reality of causes in a world of instrumental laws", *How the Laws of Physics Lie*, NY: Oxford UP, pp. 74-86.
- Cartwright, Nancy (1999), *The Dappled World*, Cambridge: Cambridge UP.
- Cavanagh, William (2009), "Settlement in Laconia and Attica at the end of the Archaic period: The fractal dimension", *American Journal of Archaeology* 113: 405-421.
- Cohen, Bernard (1989 [1985]), *El nacimiento de una nueva física*, Barcelona: Alianza.
- Copi, Irving (1986), *Introduction to Logic*, 7th edition, NY, Macmillan publishing.
- Duhem, Pierre (2003), *La teoría física. Su objeto y su estructura*, Barcelona: Herder.
- Eglash, Ron (2002), *African Fractals*, segunda edición, NJ: Routgers UP.
- Embree, Lester (1992), "Phenomenology of a change in archaeological observation", L. Embree (ed.), *Meta-archaeology. Reflections by Archaeologist and Philosphers*, Kluwer AP, pp. 165-193.
- Gibert, J. y P. Palmqvist (1995), "Fractal analysis of Orce skull sutures", *Journal of Human Evolution* 28: 561-575.
- Flannery, Kent (ed.) (1976), *The Early Mesoamerican Village*, NY: Academic Press.
- Hodder, Ian (1999), *The Archaeological Process*, Oxford: Blackwell.
- Johnson, Matthew (2000 [1999]), *Teoría arqueológica. Una introducción*, Barcelona: Crítica.
- Kohler, Timothy y George Gumerman (eds.) (2000), *Dynamics of Human and Primate Societies: Agent-Based Modeling of Social and Spatial Processes*, NY: Oxford UP.
- Kohler, Timothy (2012), "Complex systems and archaeology", in Ian Hooder (ed), *Archaeological Theory Today*, second edition, MA: Polity Press, pp. 93-123.
- Lehner, Mark (2000), T. Kohler y G. Gumerman (eds.), "The fractal house of Pharaoh: Ancient Egypt as a complex adaptive system, a trial formulation", *Dynamics in Human and Primate Societies. Agent-Based Modeling of Social and Spatial Processes*, NY: Oxford UP, pp. 275-353.
- López Aguilar, Fernando y Guillermo Bali (1995), "Mesoamérica, Una visión desde la teoría de la complejidad", *Ludus Vitalis* 5: 83-101.
- López Aguilar, Fernando y Guillermo Bali (2007), "Cálculo del estadístico de correlación entre épocas a través de Respuestas Múltiples y su representación fractal para el espacio de trayectorias mesoamericano", F. López y F. Brambila (eds.), *Antropología fractal*, Guanajuato, CIMAT, pp. 73-92.
- Lucas Gavin (2001), *Critical Approaches to Fieldwork*, NY: Routledge.
- Lucas, Gavin (2012), *Understanding the Archaeological Record*, NY: Cambridge UP.
- Maddy, Penelope (2008), "How applied sciences became pure", *The Review of Symbolic Logic* 1: 16-41.

- Maldonado, Carlos (2007), "El problema de una teoría general de la complejidad de fractales", F. López y F. Brambila (eds.), *Antropología fractal*, Guanajuato: CIMAT, pp. 9-23.
- Mandelbrot, Benoit (1997 [1982]), *La geometría fractal de la naturaleza*, Barcelona: Tusquets, Barcelona.
- Mandelbrot, Benoit (1999), "A multifractal walk down Wall Street", *Scientific American* 280-2: 50-53.
- Mandelbrot, Benoit (2000), "El descubrimiento de los fractales", *Mundo Científico* 214: 77-79.
- Mitchell, Melanie (2009), *Complexity. A Guided Tour*, NY: Oxford UP.
- Morin, Edgar (1990), *Introducción al pensamiento complejo*, Barcelona: Gedisa.
- Radder, Hans (2001 [2006]), *El mundo observado/El mundo concebido*, México D. F.: UAM.
- Reynoso, Carlos (2003), *Nuevos paradigmas de modelización en antropología*, en: <http://www.anthropokaos.com.ar/>
- Reynoso, Carlos (2005), *The impact of chaos and complexity theories in spatial analysis. Problems and perspectives*, en <http://www.anthropokaos.com.ar/>
- Reynoso, Carlos (2006), *Complejidad y caos: Una exploración antropológica*, BsAs.: Editorial SB.
- Sandoval, Gustavo (2009), "Construcción del espacio prehispánico: Interpretación arqueológica en el área Xajay del Valle del Mezquital" *Arqueología* 42: 166-183. Coordinación Nacional de Arqueología.
- Stemp, James y Michael Stemp (2001), "UBM Laser Profilometry and Lithic Use-Wear Analysis: A Variable Length Scale Investigation of Surface Topography", *Journal of Archaeological Science* 28: 81-88.
- Stemp, James y Michael Stemp (2003), "Documenting stages of polish development on experimental stone tools: Surface characterization by fractal geometry using ubm laser profilometry", *Journal of Archaeological Science* 30 : 287-296.
- van der Leeuw, Sander y James Mc Glade (eds.) (1997), *Time, process and structural transformation in archaeology*, London: Routledge.
- Van Fraassen, Bas (2008), *Scientific representation: paradoxes of perspective*, NY: Oxford UP.